اسم التلميذ:	المادة: رياضيات	الصف: التاسع
اسم المدرسة:	المدة: ساعتان	المركز:

Partie 1

1- Si 3x-y=12 , Quelle sera la valeur de $\frac{8^x}{2^y}$:

2- Si 75 % de m est égal à k% de 25, où k>0. Quelle est la valeur de $\frac{m}{k}$

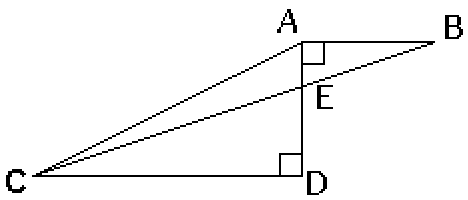
3- La moyenne de 4 entiers différents est 75. Si le plus grand entier est 90, laquelle, parmi 1, 29, 30 et 33, est la valeur possible du plus petit entier?

4- Quel sera l'encadrement de (x - y) si 3 <x <4 et -2 <y <-1?

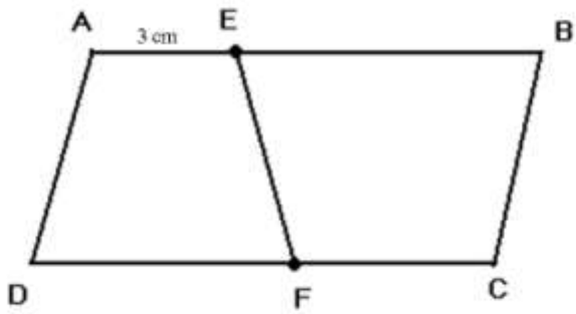
5- Trouver l'aire d'un cercle si la longueur d'une corde AB de ce cercle, située à 4cm de distante de son centre O, est 12 cm

Partie 2

1- Dans la figure AD = 4, AB = 3 et CD = 9. Quelle est l'aire du triangle AEC?



2- ABCD est un parallélogramme tel que AB est parallèle à DC, DA est parallèle à CB. La longueur du côté AB est de 20 cm. E est un point entre A et B de telle sorte que la longueur de AE soit de 3 cm. F est un point entre les points D et C. Trouver la longueur de DF de tel sorte que le segment EF divise le parallélogramme dans deux surfaces égales.



Partie 3

1- Depuis 8 ans, Samar était 4 fois aussi vieux que Lama. Si Samar a maintenant 20 ans, quel est l'âge actuel de Lama?

2- Si $\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac}$ = 1 et a + b + c = 1,

Trouver la valeur de l'expression de M,

$$M = \frac{1}{(1+a+ab)} + \frac{1}{(1+b+bc)} + \frac{1}{(1+c+ac)}$$

N.B. démontrez tout d'abord que abc = 1 et que $\frac{1}{1+b+bc} = \frac{a}{1+a+ab}$

3- Si (x , y) est la solution du système suivant,

$$6(1-x+x^2)=3(2x^2+x-y)+1$$

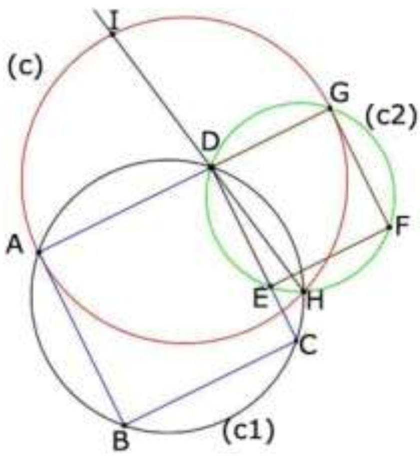
$$\frac{y-2}{3} = \frac{x}{4}$$

Quelle sera la valeur de $x \times y$

Partie 4

I- ABCD et DEFG deux carrés tel que D et E appartient successivement aux segments [AG] et [CD]

Les cercles (C1) et (C2) circonscrits successivement aux carrées ABCD et DEFG se coupent en D et H (voir figure)

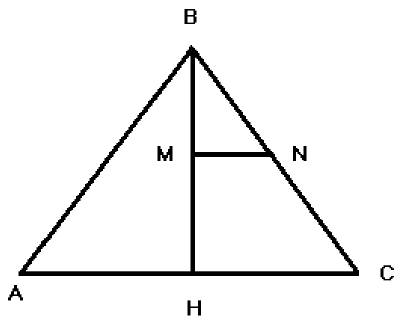


Soit (C) le cercle de diamètre [AG]

1) Montrer que H appartient au cercle (C)

2) La droite (DH) coupe(C) en H et I, montrer que I appartient a la médiatrice du segment [AG]

II- ABC étant un triangle équilatéral de coté 50 cm. BH est la perpendiculaire relative au coté AC. MN est parallèle à AC. Trouvez la surface du triangle BMN si MN = 12 cm.



Solution

Partie 1

Solution 1.1

L'expression $\frac{8^x}{2^y}$ s'écrit $\frac{2^{3^x}}{2^y}$

D'où

$$\frac{8^x}{2^y} = \frac{2^{3^x}}{2^y} = 2^{3x-y} = 2^{12} = 4096$$

Solution1.2

$$\frac{75}{100} \times \text{m} = \frac{k}{100} \times 25$$

$$\frac{m}{k} = \frac{100\times 25}{100\times 75} = \frac{25}{75} = \frac{1}{3}$$

Solution 1.3

Si a est le plus petit entier, et d est le plus grand.

$\frac{a+b+c+d}{4}$ = 75

Par conséquent a+b+c+d =300

Comme d = 90

Alors a+b+c = 210

- Si a=1 alors b+c=210-1=209 impossible car b+c doit être strictement inférieur à 180 (2×90)
- Si a=29 alors b+c=210-29=181 impossible car b+c doit être strictement inférieur à 180 (2×90)
- Si a=30 alors b+c=210-30=180 impossible car b+c doit être strictement inférieur à 180 (2×90)

  Donc la réponse finale est: **a=33**

Solution 1.4

Nous pouvons déterminer l'encadrement de -y:

1<-y<2

Nous déterminons l'encadrement de x-y en ajoutant les encadrement de x et de -y:

Par conséquent, 4< x-y <6

Solution 1.5

Soit I le pied de la perpendiculaire issue du centre O à la corde AB

Alors IB = 12/2 = 6

Le triangle OIB est rectangle en I

Et d'après le théorème de Pythagore

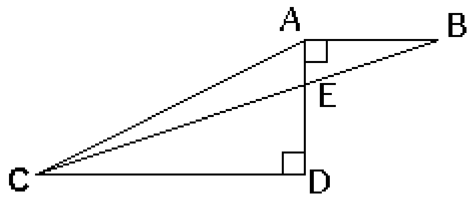
On a $OB^2 = OI^2 + IB^2$

D'où $r^2 = 4^2 + 6^2 = 16 + 36 = 52$

L'aire du cercle est égale à $\pi \times r^2 = \pi \times 52 = 52 \times \pi$ cm^2 = 52 × 13.14 cm^2 =163,28 cm^2

Partie 2

Solution 2.1



1- Les triangles CDE et BAE sont semblables,

Par conséquent $\frac{AE}{ED} = \frac{3}{9} = \frac{1}{3}$

Alors ED = 3 EA et EA=1

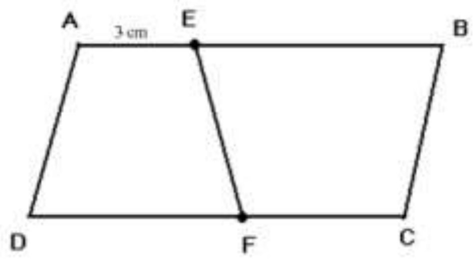
L'aire de ADC est $\frac{1}{2}$ (AD×DC) = $\frac{1}{2}$ (4×9) = 18

L'aire de AEB est $\frac{1}{2}$ (AE×AB) = $\frac{1}{2}$ (3×1) = 1.5

L'aire de CDE est $\frac{1}{2}$ (CD×DE) = $\frac{1}{2}$ (9×3) = 13.5

Aire de AEC = Aire de ADC - Aire de CDE = 18 – 13.5 = 4.5

Solution 2.1



Soit S_1 l'aire du trapèze AEFD et h la distance entre AB et CD.
Par conséquent
S_1 = (1/2) h (AE + DF) = (1/2) h (3 + DF), h étant la hauteur du parallélogramme.
Maintenant, soit S_2 l'aire du trapèze EBCF.
Par conséquent
S_2 = (1/2) h (EB + FC)
Nous avons aussi
EB = 20 - AE = 17, FC = 20 - DF
Nous substituons maintenant EB et FC en S_2 = (1/2) h (EB + FC)
S_2 = (1/2) h (17 + 20 - DF) = (1/2) h (37 - DF)
Pour que EF divise le parallélogramme en deux régions égales, il faut S_1et S_2 soient égales
D'où
(1/2) h (3 + DF) = (1/2) h (37 - DF)
ensuite
3 + DF = 37 - DF
D'où 2DF = 37 - 3
Alors 2DF = 34
Par suite DF = 17

Partie 3

Solution 3.1

Supposons que, depuis 8 ans, l'âge de Samar était x et celui de Lama était y
Alors $x = 4y$
Maintenant l'âge de Samar est $x + 8$
$x + 8 = 20$ implique $x = 20 - 8 = 12$
Donc $12 = 4y$
$y = 3$
Donc l'âge actuel de Lama est $3 + 8 = 11$

Solution 3.2

$$\frac{1}{ab} + \frac{1}{bc} + \frac{1}{ac} = \frac{(a+b+c)}{abc} = 1$$

Comme $(a + b + c) = 1$

Donc **abc = 1**

(1) on a: $a+b+c=1$

Démontrons que:

$$\frac{1}{1+b+bc} = \frac{a}{1+a+ab}$$

Multiplions l'égalité si haut par b on obtient:

$$\frac{b}{1+b+bc} = \frac{ab}{1+a+ab}$$

Or

$$\frac{1}{1+c+ac} = \frac{b}{1+b+bc} = \frac{ab}{1+a+ab}$$

Donc

$$M= \frac{1}{1+a+ab} + \frac{1}{1+b+bc} + \frac{1}{1+c+ac}$$

$$M = \frac{1}{1+a+ab} + \frac{a}{1+a+ab} + \frac{ab}{1+a+ab}$$

Finalement

$$M = \frac{1+a+ab}{1+a+ab} = \mathbf{1}$$

Solution 3.3

La première équation donne

$6–6x+6x^2=6x^2+3x–3y+1$

$5=9x–3y$

La seconde équation donne

$4y–8=3x$

$−8=3x–4y$

Alors

$$9x–3y = 5$$
$$3x–4y=-8$$

Multipliez lx deuxième équation par-3 et l'équation résultante à la première pour obtenir,,

$$9y=29 \Longrightarrow y=\frac{29}{9}$$

Pour résoudre x, branchez ce résultat dans la première équation:

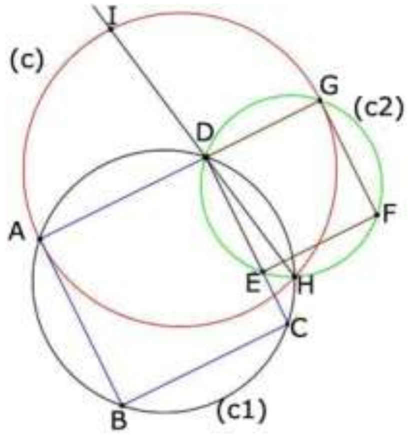
$$9x–3(\frac{29}{9})=5 \Longrightarrow 9x =\frac{44}{3} \Longrightarrow x =\frac{44}{27}$$

Finalement,

$$x\cdot y = \frac{44}{27}\cdot \times \frac{29}{9} =\frac{1,276}{243}$$

Partie 4

Solution 4.1



1- Angle AHD = angle ACD, qui lui-même vaut 45 degrés, car dans le cercle C1, ces angles interceptent le même arc AD

Angle DHG = angle DEG, qui lui-même vaut 45 degrés, car dans le cercle C2, ces angles interceptent le même arc DG

angle AHG = angle AHD + angle DHG = 2 * 45 degrés = 90 degrés

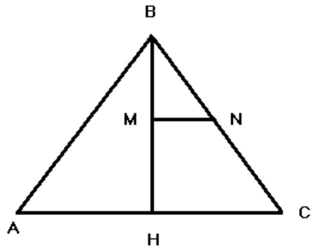
l'angle AHG étant droit, H se trouve sur le cercle de diamètre [AG]

2- il faut montrer que dans C, les arcs AI et IG sont égaux

ils sont sous-tendus par les angles inscrits AHI (ou AHD) et GHI (ou GHD) qui sont égaux à 45 degrés, comme on l'a vu dans la première partie

les arcs AI et IG sont donc égaux, ainsi que leurs cordes [AI] et [IG] : I est sur la médiatrice de [AG]

Solution 4.2



On a CH=AC/2=50/2=25 cm et BH = $\frac{AC\sqrt{3}}{2}$ = $25\sqrt{3}$

On a $\frac{BH}{BM} = \frac{HC}{MN}$

D'où $\frac{25\sqrt{3}}{BM} = \frac{25}{12}$

Ce qui fait que BM = $12\sqrt{3}$

D'où Aire(BMN) = $\frac{BM \times MN}{2}$

Alors Aire(BMN) =$\frac{12\sqrt{3} \times 12}{2}$

Par suite Aire(BMN) = $72\sqrt{3}$ cm^2